

# ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS DIGITALES DE ELEVACIONES CON ESTRUCTURA DE MATRIZ REGULAR

AGUILAR TORRES, Fernando J.; AGUILAR TORRES, Manuel A.; AGÜERA VEGA, Francisco; CARVAJAL RAMÍREZ, Fernando; SÁNCHEZ LÓPEZ, Jaime A.

Universidad de Almería, España  
Escuela Politécnica Superior, Departamento de Ingeniería Rural  
Correo electrónico:faguilar@ual.es

## ABSTRACT

In this work several empirical model are developed for the modeling of the accuracy of a grid digital elevation model (DEM) interpolated from scattered sample data. These models seek to explain what is known as information loss, i.e., the sum of the error purely due to sampling the continuous terrain surface with a finite grid interval and the interpolation error. For this purpose, randomly spaced data points, supposed to be free of error, were converted into regularly gridded data points using triangulation with linear interpolation. Original sampled data were collected with a 2 by 2 m sampling interval from eight different morphologies, from a flat terrain to a highly rugged terrain, applying digital photogrammetric methods to large scale aerial stereo imagery (1:5,000). The DEM RMSE (Root Mean Square Error) was calculated by the true validation method over several sets of check points, obtaining the different sampling densities tested in this work. Several empirical models are calibrated and validated with the experimental data set through the modelling of DEM accuracy by combining two variables such as sampling density and a descriptive attribute of corresponding terrain morphology. These empirical models were conformed by the product of two potential functions, one increasing (terrain roughness) and another one decreasing (sampling density). The terrain descriptors tested were average terrain slope, standard deviation of unitary vectors perpendicular to topographic surface (SDUV) and standard deviation of the height difference between adjacent samples in the grid DEM (SDHD). The values obtained for those terrain descriptors were reasonably independent from the number and spatial distribution of the sample data. The models based on descriptors SDHD and SDUV provided a good fit to the observed data ( $R^2 > 0.94$ ) in the calibration phase, being model SDHD the one that yielded the best results in validation. Therefore it would be possible to establish a priori the optimum grid size required to generate or store a DEM of a particular accuracy, with the economy in computing time and file size that this would signify for the digital flow of the mapping information in Geographical Information Systems.

**Key words:** Quality Assessment of Spatial Data, GIS, Digital Elevation Models Accuracy, Modelisation

**Grupo temático:** GIS: Sistemas de Información Geográfica y Cartografía

## 1. Introducción

Los modelos digitales de elevaciones (MDEs) han llegado a ser una de las más importantes coberturas de los Sistemas de Información Geográfica (SIG) en numerosas disciplinas, circunstancia que subraya la necesidad de conocer su precisión y calidad. Que la comunidad SIG es sensible a este problema lo demuestran los numerosos trabajos publicados en los últimos años sobre la detección de errores en MDEs, tanto en el proceso de producción como por parte de los usuarios finales (Wood y Fisher, 1993; Felicísimo, 1994; López, 1997, Briese et al., 2002). Hay que tener en cuenta que la fase de adquisición de datos para construir un MDE ha alcanzado un elevado grado de desarrollo con la introducción de nuevas tecnologías como el escáner láser aerotransportado (LIDAR) o la interferometría rádar de apertura sintética (InSAR) (e.g. Smith, 2004). Por tanto hoy día el problema no radica en la obtención de datos brutos de un MDE, si no en manejar y mantener actualizada tal cantidad de información usando estructuras que permitan su integración y explotación eficiente en sistemas CAD o SIG. En la mayoría de los casos será preferible disponer de un MDE optimizado y adaptado a nuestras necesidades, i.e. sin exceso de información, que una enorme cantidad de datos cuyo manejo puede crearnos más de un problema (Aguilar et al., 2005). En este sentido, se están imponiendo estrategias de muestreo que, garantizando los requerimientos de calidad del proyecto, empleen el mínimo número de puntos muestrales posible.

Parece evidente que tanto los usuarios como los productores de MDEs necesitan estar de acuerdo, entre otras cosas, en la precisión vertical y espaciamento de la malla (grid) del MDE. Para ello deberían hablar el mismo lenguaje y contar con modelos que les permitan predecir dicha precisión en función de los principales factores que intervienen en su definición: precisión y densidad de los puntos maestres, características del terreno y método de interpolación empleado (Li, 1992; Gong et al., 2000). Es en este último punto donde se centra el trabajo presentado en esta comunicación.

Aunque existen en bibliografía numerosos trabajos que han intentado modelar el error global de un MDE, a partir de la década de los noventa se observa una cierta tendencia a desarrollar modelos teóricos basados en la teoría de propagación de errores, segmentando el problema y calculando por separado el error aportado por las diferentes fuentes de incertidumbre. Es el caso de los trabajos de Li (1993a y 1993b), donde se aboga por modelos teóricos que diferencian entre el error atribuible a la precisión con la que se han obtenido los puntos muestrales,  $\sigma_{pm}$ , y el error debido tanto a muestrear la superficie continua del terreno con una malla discreta como al propio error de interpolación, lo que se suele denominar información perdida ( $\sigma_{ip}$ ) (Huang, 2000). De los dos términos enunciados,  $\sigma_{pm}$  es relativamente fácil de obtener a partir de observaciones empíricas. Por ejemplo, en MDEs obtenidos mediante métodos fotogramétricos la especificación típica para la precisión vertical es del orden de  $H/9000$ , siendo  $H$  la altura de vuelo sobre la cota media del terreno, mientras que el error máximo sería entorno a tres veces  $\sigma_{pm}$  (Daniel y Tennant, 2001). Sin embargo, la estimación de  $\sigma_{ip}$  presenta mayores problemas porque la forma del terreno varía de un sitio a otro (i.e. “el terreno es muy caprichoso”). Por tanto es imposible encontrar un método analítico que nos permita calcular la desviación estándar de todas las diferencias de cota ( $\delta h$ ) entre la superficie del terreno real y la ofrecida por el MDE. Li (1993b) propone emplear métodos estadísticos donde la variable aleatoria es  $\delta h$ . Sin embargo dicha metodología requiere la estimación de una serie de parámetros que son dependientes de la morfología del terreno.

En este trabajo proponemos abordar la estimación de  $\sigma_{ip}$  mediante una aproximación empírica, donde se tengan en cuenta los factores más importantes que intervienen en la precisión vertical de un MDE grid, como son la densidad muestral y la rugosidad del terreno.

## 2. Desarrollo del trabajo

### 2.1. Localización de las zonas de estudio y obtención de los datos

Las dos zonas de estudio están situadas en Almería. La primera de ellas se encuentra en la llamada “Comarca del Mármol”, concretamente en el término municipal de Macael. Se trata de una zona de

canteras de mármol con una gran actividad extractiva que ha conformado un relieve aterrazado y artificial, con predominio de elevadas pendientes e incluso de paredes verticales. La segunda zona de estudio está situada en la "Comarca de Campo de Níjar", lindando con el Parque Natural "Cabo de Gata". Se trata de una zona de relieve suave y modelado por agentes naturales. Para el desarrollo de este trabajo se seleccionaron 8 superficies topográficas de 198x198 metros (aproximadamente 3.92 has), 2 situadas en Macael y 6 en Níjar, cuyas características morfológicas pueden observarse en la Tabla 1. Es interesante observar la gran variabilidad de terrenos empleados, tanto en el aspecto de la rugosidad como en el de la pendiente media. Como descriptor de la rugosidad se ha empleado la desviación estándar de los vectores unitarios perpendiculares a la superficie topográfica (DEVUN), calculado como expone en el apartado 2.3.

El MDE de cada superficie topográfica fue obtenido mediante métodos fotogramétricos de estereocorrelación automática y posterior edición manual en 3D. El vuelo fotogramétrico presentó una escala aproximada de 1:5000 y fue llevado a cabo mediante una cámara métrica Zeiss RMK TOP 15 con una distancia focal de 153.33 mm. Los negativos fueron digitalizados con un escáner fotogramétrico Vexcel 5000, empleando una resolución geométrica de 20  $\mu\text{m}$  y radiométrica de 24 bits (8 bits por canal RGB). En el caso del área de estudio de Níjar, el MDE fue generado con el módulo *Automatic Terrain Extraction* del sistema fotogramétrico digital LH Systems SOCET SET NT 4.3.1<sup>®</sup>. En el caso de Macael, el MDE fue generado usando los módulos *ImageStation Automatic Elevations* y *ImageStation DTM Collection* del sistema fotogramétrico digital Z/I Imaging ImageStation SSK<sup>®</sup>. En ambos casos se obtuvieron MDEs finales en formato grid de espaciamiento 2x2 m, cotas ortométricas, proyección UTM zona 30 Norte y datum *European Datum 1950*.

## 2.2. Evaluación de la precisión vertical del MDE. Datos observados

Como comentábamos en la introducción, para modelar empíricamente la información perdida ( $\sigma_{ip}$ ) en un MDE de tipo grid, necesitamos obtener un conjunto de datos observados con los cuales calibrar el modelo. Debido a que el EMC es probablemente el indicador más utilizado para medir el error global de un MDE (Wood, 1996; Yang y Hodler, 2000), y teniendo en cuenta que el EMC se aproxima al valor de la desviación estándar cuando la media de los residuos es cero, podemos suponer que  $\sigma_{ip} \approx \text{EMC}_{ip}$ .

En la figura 1 podemos observar el diagrama de flujo del procedimiento empleado para calcular el  $\text{EMC}_{ip}$  de cada MDE usando el método de la validación verdadera (Voltz y Webster, 1990). En todo este trabajo consideraremos a los puntos de comprobación (check points) como libres de error, i.e., el error en la obtención de las cotas de esos puntos se supone nulo. Es importante subrayar que los residuos en los M puntos de comprobación (muestreados aleatoriamente) pueden estar espacialmente autocorrelacionados, propiedad que ha sido observada por otros autores como Wood (1996), Fisher (1998) o Weng (2002). En efecto, si los residuos en los puntos de comprobación no son independientes, podríamos establecer que el tamaño verdadero de la muestra es menor que M. Por tanto el uso de M puntos de comprobación con residuos espacialmente autocorrelacionados conduciría a la obtención de una variabilidad de  $\text{EMC}_{ip}$  menor que la real. Por ello comprobamos el grado de autocorrelación espacial de los residuos mediante el empleo del semivariograma (Aguilar et al., 2005). En general se observaron semivariogramas experimentales de tipo transicional que fueron ajustados a modelos esféricos. El menor rango calculado fue de 20 m. Por tanto, si la distancia entre dos puntos de comprobación es mayor que el rango podemos concluir que los residuos medidos en dichos puntos no presentan autocorrelación espacial. Por este motivo se diseñó un algoritmo de extracción de puntos de comprobación pseudoaleatorio, imponiendo la condición de que la separación entre los puntos extraídos fuera como mínimo de 20 m. Se obtuvo un valor final de 73 puntos de comprobación para cada morfología.

Las distintas densidades muestrales ensayadas fueron obtenidas a partir del MDE original de cada morfología mediante muestreo aleatorio estratificado (4x4 cuadrantes de muestreo). En la Tabla 2 podemos observar las 9 densidades muestrales contempladas (N1 to N9) y su espaciamiento equivalente en una malla regular. Para cada densidad muestral se extrajeron 4 repeticiones, lo que arroja un total de  $4 \times 9 = 36$  conjuntos de datos iniciales por cada morfología estudiada (Figura 1).

Estadísticos descriptivos del terreno	Níjar						Macael	
	Ladera suave	Llano	Ondulado 1	Ondulado 2	Montañoso moderado	Montañoso	Ladera abrupta e inclinada	Muy abrupto
Nº puntos MDE (2 x 2 m)	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Cota media (m)	120.25	166.54	176.94	195.42	178.96	215.16	762.29	922.5
Zmax-Zmin (m)	9.06	6.70	17.25	23.08	34.43	45.17	201.32	116.48
Coef. variación de las cotas (%)	2.01	0.97	2.28	2.20	3.79	3.98	6.52	4.28
Pendiente media (%)	4.52	3.30	9.27	10.01	19.42	31.18	82.14	65.12
Coef. variación pendiente (%)	17.76	48.02	45.66	69.59	58.62	38.27	30.91	77.01
DEVUN (m)	0.02	0.03	0.09	0.10	0.19	0.31	0.35	0.64

Tabla 1.

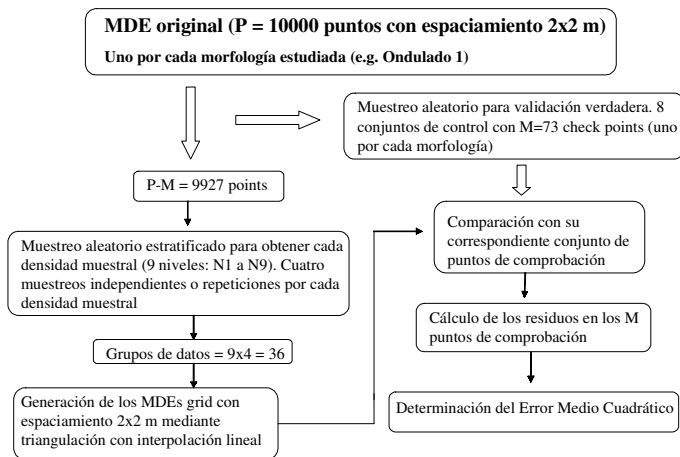


Figura 1. Diagrama de flujo de la metodología empleada para calcular el  $EMC_{ip}$ .

Una vez obtenidos los distintos conjuntos de datos muestrales se procedió a la generación, para cada uno, de su correspondiente MDE grid con espaciamiento de 2x2 m usando el método de triangulación con interpolación lineal. Los residuos de cada MDE fueron evaluados sobre los 73 puntos de comprobación seleccionados previamente en cada morfología, obteniendo como variable observada el  $EMC_{ip}$  calculado según la ecuación 1.

$$EMC_{ip} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{73} (Z_{icp} - Z_{iMDE})^2}{73}}$$

Ecuación 1

Donde  $Z_{icp}$  es la elevación del punto de comprobación  $i$ , mientras que  $Z_{iMDE}$  es la elevación interpolada en el MDE.

Tamaño de la muestra	Densidad muestral								
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9
Nº puntos	36	84	196	292	964	1444	1924	2884	4804
Puntos/m <sup>2</sup>	0.00091	0.00214	0.005	0.00744	0.02459	0.03683	0.04908	0.07357	0.12255
EE (m)	33.1x33.1	21.6x21.6	14.1x14.1	11.6x11.6	6.3x6.3	5.2x5.2	4.5x4.5	3.7x3.7	2.8x2.8

Tabla 2. Las densidades muestrales, N1 a N9, se componen de puntos obtenidos por muestreo aleatorio estratificado a partir del MDE original. EE = Espaciamiento Equivalente en formato de malla regular.

### 2.3. Definición y cálculo de los descriptores del terreno

Como variables representativas de la morfología de la superficie topográfica se seleccionaron los siguientes descriptores: Pendiente media del terreno (PM), desviación estándar de los vectores unitarios perpendiculares a la superficie topográfica (DEVUN) y desviación estándar de las diferencias de cota entre puntos adyacentes en el MDE grid (DEDZ). A continuación se describe pormenorizadamente el cálculo de cada uno de ellos.

En primer lugar se procedió al relleno de la malla de puntos muestrales inicial (N1 a N9). Para ello se empleó la interpolación lineal en cada uno de los triángulos en que quedó dividido el espacio de trabajo partiendo de una red de triángulos irregulares obtenidos mediante la triangulación de Delaunay (Guibas y Stolfi, 1980). De esta forma se obtuvo un MDE interpolado en formato grid y con resolución de 2x2 m.

*Pendiente Media (PM).*

La pendiente ha sido valorada como uno de los más importantes descriptores del terreno y es ampliamente utilizada en la práctica normal de la topografía y cartografía (Balce, 1987, Li, 1993b). A partir del MDE grid 2x2 m especificado en el párrafo anterior, se determinó la pendiente ( $P_{ij}$ ) en cada nodo de la malla ( $i,j$ ) mediante el cálculo del gradiente:

$$P_{ij} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \quad \text{Ecuación 2}$$

Dicha ecuación puede aproximarse mediante una expresión en forma de diferencias discretas, tal y como se muestra en la ecuación 3:

$$P_{ij} \approx \sqrt{\left(\frac{Z_E - Z_O}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{Z_N - Z_S}{2\Delta y}\right)^2} \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde  $Z_E$ ,  $Z_O$ ,  $Z_N$  y  $Z_S$  son las elevaciones de los 4 puntos cardinales vecinos de cada nodo del MDE grid.  $\Delta x$  and  $\Delta y$  representan el espaciamiento del MDE, 2 metros en nuestro caso.

El valor de la pendiente media del terreno sería la media aritmética de las pendientes calculadas en todos los nodos del MDE grid, excluyendo los valores de borde (primera y última filas; primera y última columnas).

*Desviación estándar de los vectores unitarios normales a la superficie topográfica (DEVUN).*

Una vez determinada la pendiente en cada punto del MDE grid, se procedió al cálculo de la orientación. La orientación en cada nodo de la malla fue calculado como el ángulo  $\theta_{ij}$ , expresado en grados, existente entre la dirección Norte y la proyección sobre el plano horizontal del vector gradiente normal a la superficie, i.e., 0 grados en la dirección Norte y 90° en la dirección Este:

$$\theta_{ij} \approx 270 - \tan^{-1} \left( \frac{\frac{Z_N - Z_S}{2\Delta y}}{\frac{Z_E - Z_O}{2\Delta x}} \right) \quad \text{Ecuación 4}$$

El descriptor DEVUN fue calculado mediante la determinación de la varianza de los vectores unitarios perpendiculares a la superficie en cada nodo (i,j) del MDE grid (adaptado de Hobson, 1972). Las componentes cartesianas  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  and  $z_{ij}$  de cada vector unitario pueden expresarse en función de la pendiente  $P_{ij}$  y la orientación  $\theta_{ij}$  en dicho nodo mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} x_{ij} &= \sin(\gamma_{ij}) \sin(\theta_{ij}) \\ y_{ij} &= \sin(\gamma_{ij}) \cos(\theta_{ij}) \\ z_{ij} &= \cos(\gamma_{ij}) \\ \gamma_{ij} &= \tan^{-1}(P_{ij}) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 5}$$

De esta forma podríamos hallar la varianza de los vectores unitarios en cada componente cartesiana y determinar la desviación estándar total (DEVUN) usando la siguiente expresión:

$$\text{DEVUN} = \sqrt{\sigma^2(x) + \sigma^2(y) + \sigma^2(z)} \quad \text{Ecuación 6}$$

*Desviación estándar de las diferencias de cota entre puntos adyacentes en el MDE (DEDZ).*

Expresiones basadas en el concepto de DEDZ han sido utilizadas por algunos autores como una medida de la rugosidad del terreno (Evans, 1972; Rees, 2000). El algoritmo empleado en nuestro caso parte del MDE grid 2x2 m generado con anterioridad, desplazando una ventana móvil de 3x3 nodos en cuyo punto central calculamos el incremento de cota medio respecto a los 8 vecinos más próximos según la siguiente expresión:

$$\Delta Z_C = \frac{\sum_{k=1}^8 |Z_C - Z_k|}{8} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde  $Z_C$  es la cota del punto central de la ventana móvil (nodo C) y  $Z_k$  la cota de cada uno de los 8 puntos que rodean al nodo C. De esta forma obtendremos un valor medio de las diferencias de cotas en el entorno de cada nodo del MDE grid DEDZ queda definido como la desviación estándar del conjunto de valores  $\Delta Z_C$ .

### **3. Relaciones entre precisión del MDE, densidad muestral y rugosidad del terreno**

En primer lugar, exploraremos las relaciones entre la precisión vertical del MDE, la densidad muestral y la rugosidad del terreno para configurar la morfología que debería tener nuestro modelo empírico. Para ello seleccionamos 6 morfologías de las 8 disponibles, con el objetivo de establecer y calibrar los distintos modelos empíricos ensayados para estimar el  $\text{EMC}_{ip}$  considerando a los puntos

muestrales como libres de error. Las morfologías elegidas son las siguientes: ladera suave, Ondulado 1, Montañoso moderado, Montañoso, Muy abrupto y Ladera abrupta e inclinada (Tabla 1). Las 2 morfologías restantes, Llano y Ondulado 2, serán empleadas para realizar la validación de los modelos empíricos desarrollados.

### 3.1. Precisión vertical del MDE y densidad muestral

La variación del  $EMC_{ip}$  con el incremento de la densidad muestral se ajusta razonablemente a una función potencial decreciente, circunstancia observada en otros trabajos (Wang, 1990; Aguilar et al., 2003) y que será definitoria en la conformación del modelo final.

En la tabla 3 presentamos los parámetros de ajuste del modelo potencial decreciente a los datos observados para cada una de las 6 morfologías estudiadas. Podemos observar unos coeficientes de regresión elevados, que reflejan la bondad del ajuste en morfologías tan objetivamente diferenciadas como son Ladera suave y Ladera abrupta e inclinada.

Morfología	Parámetro a	Parámetro b	Coefficiente de regresión $R^2$
Ladera suave	0.0035	0.5929	0.92
Ondulado 1	0.0072	0.7420	0.95
Montañoso moderado	0.0269	0.7158	0.91
Montañoso	0.0379	0.6954	0.95
Muy abrupto	0.8039	0.4480	0.88
Ladera abrupta e inclinada	0.1155	0.6063	0.95

Tabla 3. Parametros del modelo potencial decreciente ajustado entre  $EMC_{ip}$  (m) y la densidad muestral N (puntos/m<sup>2</sup>):  $EMC_{ip} = a \cdot N^{-b}$ .

### 3.2. Rugosidad del terreno y densidad muestral

En primer lugar parece razonable solicitar al descriptor del terreno cierta independencia respecto a la distribución espacial y número de puntos muestrales empleados para su cálculo. De esta forma, el usuario final del modelo podría determinar el valor aproximado del descriptor correspondiente a partir de datos previos extraídos de mapas topográficos (Gao, 1995) o MDEs (e.g. en EEUU: National Elevation Dataset at the USGS Earth Resources Observation Systems Data Center, Gesch et al., 2002). En la tabla 4 comprobamos como los descriptores con una menor variabilidad respecto al número y distribución de los puntos muestrales son la pendiente media y el DEVUN. El valor calculado para el descriptor DEDZ se muestra relativamente sensible al número y distribución de los puntos muestrales, especialmente en el caso de las morfologías montañosas, con coeficientes de variación superiores al 28%.

En cualquier caso, los coeficientes de variación calculados arrojan unos resultados prometedores, sobre todo teniendo en cuenta el rango de densidades muestrales empleado (desde  $N1 = 0.00091$  puntos/m<sup>2</sup> hasta  $N9 = 0.12255$  puntos/m<sup>2</sup>). En la figura 2 podemos comprobar como la variabilidad en la determinación de los descriptores DEVUN y DEDZ es elevada, sobre todo en el caso de DEDZ para densidades muestrales bajas ( $N1$  a  $N4$ ). A partir de la densidad muestral  $N5$ , con un espaciamiento equivalente en formato grid de 6.3 m, los valores de ambos descriptores son relativamente independientes del tamaño muestral y de la distribución espacial de los puntos muestrales (los intervalos de confianza son más estrechos).

### 3.3. Precisión vertical del MDE y rugosidad del terreno

En segundo lugar, un buen descriptor de la incidencia de la morfología del terreno en la calidad de un MDE debería presentar una elevada relación con el EMC de dicho MDE. En este sentido se ha observado una relación muy aproximada a una función potencial creciente como la mostrada en la figura 3. Sólomente en el caso del descriptor Pendiente Media obtuvimos valores de  $R^2$  inferiores a 0.90, debido a un defectuoso ajuste del modelo en las morfologías situadas en Macael. Recordemos que dichas

morfologías están conformadas por terrenos de canteras con un relieve aterrazado, antrópico y con predominio de elevadas pendientes.

Terreno	CV (%) del descriptor de la rugosidad		
	DEVUN	DEDZ	Pendiente media
Ladera suave	10.39	17.17	1.67
Ondulado 1	8.20	13.71	5.14
Montañoso moderado	6.12	28.54	4.91
Montañoso	4.35	39.19	5.28
Muy abrupto	1.92	12.01	6.45
Ladera abrupta e inclinada	8.71	18.33	2.22
<b>Valor medio</b>	6.61	21.49	4.28

Tabla 4. Coeficiente de variación CV (%) de los diferentes descriptores de la rugosidad del terreno para cada morfología. CV ha sido calculado a partir de 36 valores (4 repeticiones x 9 densidades muestrales).

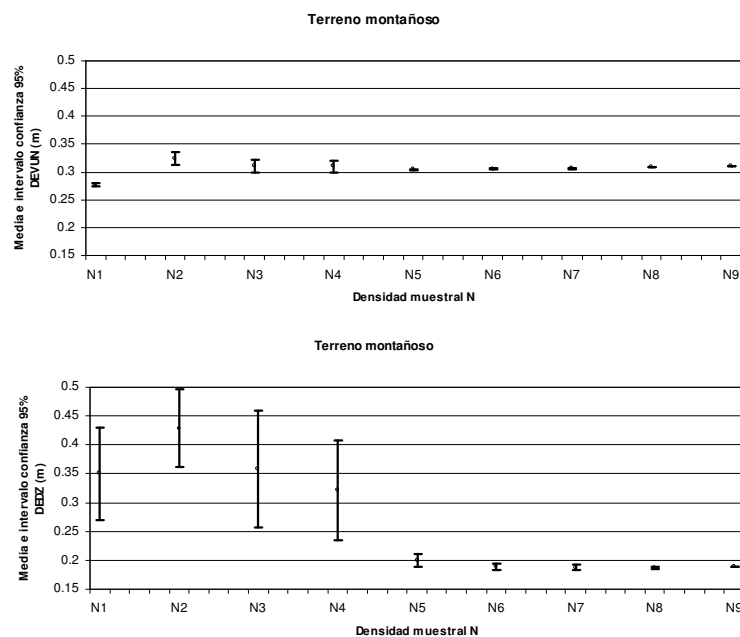


Figura 2. Relación entre el DEVUN y la densidad muestral (arriba) y entre el DEDZ y la densidad muestral (abajo), ambas para la morfología Montañoso.

#### 4. Desarrollo de los modelos empíricos

Una vez descritas las relaciones entre las variables implicadas en la modelización de error de un MDE grid, podemos concluir que la morfología del modelo empírico debería conformarse a partir del producto de dos funciones potenciales, creciente en el caso del descriptor del terreno, y decreciente en el caso de la densidad muestral (ver tabla 5).

Analizando los datos mostrados en la tabla 5, podemos comprobar como el parámetro “b” de la función potencial decreciente presenta valores similares en todos los modelos desarrollados, indicando que la variación del  $EMC_{ip}$  con la densidad muestral N es independiente del tipo de descriptor del terreno que utilizemos. Por otra parte, observamos como los modelos que contienen a los descriptores DEVUN y DEDZ presentan unos resultados muy aceptables, con unos coeficientes de regresión  $R^2$  superiores a 0.95. Igualmente, el modelo que emplea como descriptor a la Pendiente Media ha ofrecido unos ajustes mediocres a los datos observados, como también se apuntaba en el apartado 3.3 (Figura 3). Sin duda la inclusión de terrenos extremadamente abruptos, como los situados en las canteras de mármol de Macael,



con pendientes muy elevadas y morfología aterrazada de origen antrópico, han disminuido la eficacia de la Pendiente Media para modelar el EMC del MDE grid generado. De hecho, cuando eliminamos en el análisis de regresión los datos observados provenientes de las dos morfologías de Macael, el valor de  $R^2$  se eleva hasta 0.92. Por tanto, podemos concluir que la Pendiente Media puede ser un buen descriptor de la rugosidad en terrenos de geomorfología modelada por procesos naturales donde las pendientes no suelen ser extremas ni demasiado variables, al menos a escala local.

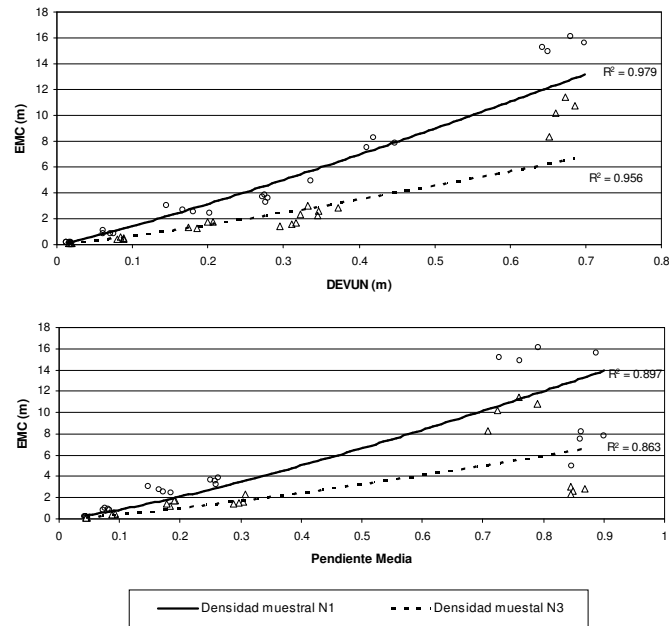


Figura 3. Representación de la relación EMC versus descriptores DEVUN y PM para las densidades muestrales N1 (círculos) y N3 (triángulos):  $EMC = a D^b$ , siendo D el descriptor del terreno.

Descriptor	EMA (m)	DER (m)	Modelo empírico	Parámetros			Coeficiente regresión $R^2$
				a	b	c	
DEVUN	0.43	0.63	$EMC_{ip} = a \cdot DEVUN^b \cdot N^c$	2.3175	1.71739	0.38001	0.9618*
PM	1.08	1.79	$EMC_{ip} = a \cdot PM^b \cdot N^c$	0.738253	0.89145	0.41707	0.6929*
DEDZ	0.38	0.70	$EMC_{ip} = a \cdot DEDZ^b \cdot N^c$	0.416838	0.950624	0.47034	0.9533*

Tabla 5.  $EMC_{ip}$  está expresado en m y la densidad muestral N en puntos/m<sup>2</sup>. DEVUN y DEDZ están expresados en m, mientras que la Pendiente Media (PM) es adimensional. EMA: Error Medio Absoluto. DER: Desviación Estándar de los Residuos. \* Significativo a un nivel  $p < 0.01$ .

Los valores de Error Medio Absoluto (EMA) y Desviación Estándar de los Residuos (DER) mostrados en la tabla 5 confirman lo expuesto anteriormente. Los modelos basados en los descriptores DEVUN y DEDZ arrojan un menor EMA y DER que los basados en la Pendiente media. Es decir, las diferencias entre los valores de EMC observado y predicho por el modelo son menores y presentan además una menor dispersión respecto al valor medio. Las diferencias cuantitativas en el ajuste a los datos observados de los modelos DEVUN y DEDZ no son importantes, a juzgar por los valores de  $R^2$ , EMA y DER. En cualquier caso conviene subrayar que aunque el modelo DEDZ muestra una ligera mayor dispersión de los residuos que el modelo DEVUN, el valor del EMA es menor, lo que indica la

existencia de una serie de residuos puntuales de elevado valor absoluto que incrementan artificialmente el valor de la DER y por tanto disminuyen el coeficiente de regresión.

Por último, otro aspecto a tener en cuenta en los modelos empíricos desarrollados sería la variabilidad del EMC estimado en función de la configuración de los puntos muestrales que sirvieron para calcular el descriptor del terreno. Todos los modelos desarrollados han mostrado una variabilidad media, expresada como coeficiente de variación, inferior al 10% (datos no presentados), lo que puede considerarse aceptable. Subrayar que la relativa variabilidad respecto a la densidad muestral mostrada por el descriptor DEDZ (Tabla 4) se ha visto amortiguada por el bajo valor de los parámetros "a" y "b" obtenidos en el ajuste del modelo empírico (Tabla 5).

## 5. Validación de los modelos empíricos

Aunque las observaciones comentadas en el apartado anterior apuntan al modelo basado en el descriptor del terreno DEDZ como el más indicado, conviene validar los resultados sobre morfologías no empleadas en la calibración de los modelos empíricos. Dicha validación fue realizada sobre las morfologías Llano y Ondulado 2 (Tabla 1). En la figura 4 se muestra el máximo y mínimo valor esperado del EMC (Intervalo de confianza del 95%) versus la densidad muestral para los datos observados y estimados por los modelos empíricos basados en los descriptores DEDZ, DEVUN y Pendiente Media. Como avanzábamos anteriormente, el modelo que mejor reproduce los datos observados sobre terreno Llano es el basado en el descriptor DEDZ. El modelo DEVUN subestima el EMC observado, mientras que el modelo Pendiente Media lo sobreestima, probablemente al haber sido calibrado con terrenos de pendiente media muy elevada. En el caso de la morfología Ondulado 2, el comportamiento de los tres modelos desarrollados es similar al observado en terreno Llano. En todos los modelos se produce una ligera sobreestimación del EMC observado a densidades muestrales elevadas. De nuevo, el modelo Pendiente Media presenta una tendencia a sobreestimar los datos observados.

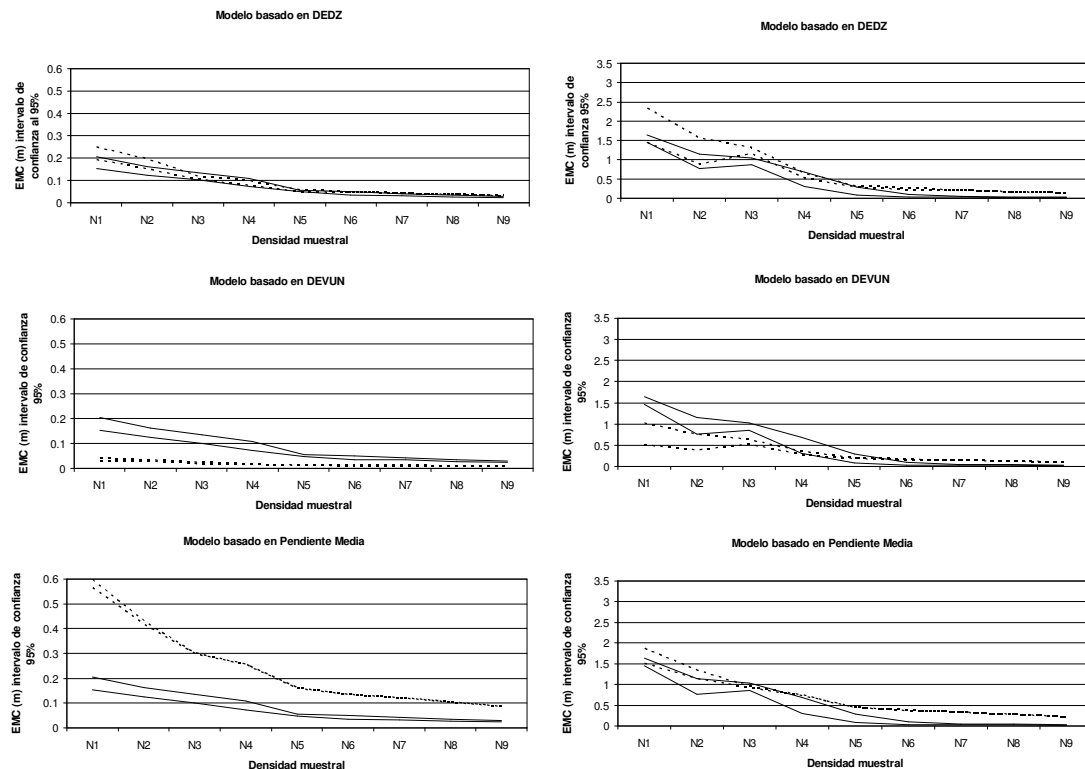


Figura 4. Validación de los modelos en los casos de las morfologías Llano (izquierda) y Ondulado 2 (derecha). Se observa el valor esperado para el EMC (intervalo de confianza 95%) versus la densidad muestral y descriptor de la rugosidad del terreno para los datos predichos por el modelo (línea a trazos) y los observados (línea continua).

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un modelo empírico que determina el error cometido al modelizar la superficie del terreno a partir de puntos muestrales irregularmente distribuidos mediante su triangulación y posterior interpolación lineal. Se obtiene de esta forma una aproximación a lo que se conoce como "Información Perdida", i.e., el error debido exclusivamente a muestrear de forma discreta una superficie continua como es el terreno y al propio proceso de interpolación. En este sentido, los modelos empíricos desarrollados presentan una morfología basada en el producto de dos funciones potenciales, una creciente relacionada con la rugosidad del terreno, y otra decreciente relacionada con la densidad muestral. Parte de los modelos empíricos bivariantes desarrollados explican con razonable precisión ( $R^2 > 0.95$ ) la precisión global de un MDE grid en términos de EMC. En concreto, los resultados obtenidos en este trabajo permiten apuntar al modelo empírico basado en el descriptor del terreno DEDZ como el que mejor reproduce, tanto a nivel de calibración como de validación, el error observado en los MDEs grid generados para las distintas morfologías estudiadas, siempre considerando que los puntos muestrales están libres de error.

Los resultados obtenidos podrían emplearse como guía para la selección de resoluciones apropiadas en la generación de MDEs interpolados linealmente a partir de puntos muestrales irregularmente distribuidos. Los datos de partida serían la precisión altimétrica requerida y una aproximación de la rugosidad del terreno.

## 7. Referencias

- Aguilar, F.J., Agüera F., Aguilar, M.A., Carvajal, F., y Sánchez, P.L., 2003, Grid digital elevation models accuracy. Analysis and modelling. In *Proceedings of the 13th ADM and 15th INGEGRAF International Conference on Tools and Methods Evolution in Engineering Design* (Napoli: Università degli studi di Napoli Federico II), CD Rom Proceedings.
- Aguilar, F.J., Agüera, F., Aguilar, M.A., y Carvajal, F., 2005, Effects of terrain morphology, sampling density and interpolation methods on grid DEM accuracy. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, in press.
- Balce, A.E., 1987, Determination of optimum sampling interval in grid digital elevation models (DEM) data acquisition. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **53**(3), 323-330.
- Briese, C., Pfeifer, N., y Dorninger, P., 2002, Applications of the robust interpolation method from DTM determination. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, **34**(3A), 55-61.
- Daniel, C., y Tennant, K., 2001, DEM quality assessment. In *Digital Elevation Models and Applications: The DEM Users Manual*, edited by D.F. Maune (Bethesda: ASPRS), pp. 395-440.
- Evans, I.S., 1972, General geomorphometry, derivatives of altitude and descriptive statistics. In *Spatial Analysis in Geomorphology*, edited by R.J. Chorley (Methuen and Co.: London), pp. 17-91.
- Felícísimo, A., 1994, Parametric statistical method for error detection in digital elevation models. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, **49**(4), 29-33.
- Fisher, P., 1998, Improved modeling of elevation error with geostatistics. *GeoInformatica*, **2**(3), 215-233.
- Gao, J., 1995, Comparison of sampling schemes in constructing DTMs from topographic maps. *ITC Journal*, **1**, 18-22.
- Gesch, D., Oimoen, M., Greenlee, S., Nelson, C., Steuck, M., y Tyler, D., 2002, The National Elevation Dataset. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **68**(1), 5-11.
- Gong, J., Li, Z., Zhu, Q., Sui, H., y Zhou, Y., 2000, Effects of various factors on the accuracy of DEMs: an intensive experimental investigation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **66**(9), 1113-1117.
- Guibas, L., y Stolfi, J., 1985, Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi diagrams. *ACM Transactions on Graphics*, **4**(2), 74-123.
- Hobson, R.D., 1972, Surface roughness in topography: quantitative approach. In *Spatial Analysis in Geomorphology*, edited by R.J. Chorley (Methuen and Co.: London), pp. 221-245.
- Huang, Y.D., 2000, Evaluation of information loss in digital elevation models with digital photogrammetric systems. *Photogrammetric Record*, **16**(95), 781-791.
- Li, Z., 1992, Variation of the accuracy of digital terrain models with sampling interval. *Photogrammetric Record*, **14**(79), 113-128.
- Li, Z., 1993a, Theoretical models of the accuracy of digital terrain models: an evaluations and some observations. *Photogrammetric Record*, **14**(82), 651-660.

- Li, Z., 1993b, Mathematical models of the accuracy of digital terrain model surfaces linearly constructed from square gridded data. *Photogrammetric Record*, **14**(82), 661-674.
- López, C., 1997, Locating some types of random errors in digital terrain models. *International Journal of Geographical Information Science*, **11**(7), 677-698.
- Rees, W.G., 2000, The accuracy of digital elevation models interpolated to higher resolutions. *International Journal of Remote Sensing*, **21**(1), 7-20.
- Smith, S.L., 2004, ISPRS Workshop on 3D reconstruction from laser scanner and InSAR data. *Photogrammetric Record*, **19**(105), 74-76.
- Voltz, M., y Webster, R.A., 1990, A comparison of kriging cubic splines and classification for predicting soil properties from sample information. *Journal of Soil Science*, **41**(3), 473-490.
- Wang, L., 1990, *Comparative studies of spatial interpolation accuracy*, Master Thesis, Department of Geography, University of Georgia, USA.
- Weng, Q., 2002, Quantifying uncertainty of digital elevation models derived from topographic maps. In *Advances in Spatial Data Handling*, edited by D. Richardson, and P. van Oosterom (New York: Springer-Verlag), pp. 403-418.
- Wood, J.D., 1996, *The geomorphological characterisation of digital elevation models*, Ph.D. Thesis, University of Leicester, UK.
- Wood, J.D., y P.F. Fisher, Assessing interpolation accuracy in elevation models. *IEEE Computer Graphics & Applications*, **13**(2), 48-56.
- Yang, X., y Hodler, T., 2000, Visual and statistical comparisons of surface modelling techniques for point-based environmental data. *Cartography and Geographic Information Science*, **27**(2), 165-175.